

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по НИИ ФГБОУ ВО
«СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
д.ф.-м.н., профессор
Короновский А.А.



2016г.

ОТЗЫВ

ведущей организации ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
на диссертацию Бунеева Сергея Сергеевича «Некоторые краевые задачи
в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого
порядка», представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 -
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление.

Диссертационная работа С. С. Бунеева является теоретическим исследованием краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка. Целью работы является доказательство коэрцитивных априорных оценок и теорем существования решений краевых задач типа Дирихле для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка по одной из переменных.

Несмотря на то, что работа носит теоретический характер, результаты работы являются важными для эффективного описания и анализа математических моделей вырождающихся процессов, в частности, стационарных диффузионных, магнитных и электрических процессов в анизотропных средах, в случае существенного влияния границ сред на процессы, происходящие внутри областей.

Математический анализ таких задач был начат в фундаментальных работах М. В. Келдыша, Ф. Трикоми, А. В. Бицадзе. Дальнейшее развитие для уравнений второго порядка эта теория получила в работах О. А. Олейник, С. Г. Михлина, М. И. Вишика, Д. Кона, Л. Ниренберга. Краевые задачи для уравнений высокого порядка при «степенном» характере вырождения были изучены в работах М. И. Вишика и В. В. Грушина. Вырождающиеся эллиптические уравнения высокого порядка при произвольном сильном характере вырождения исследовались в работах В. П. Глушко, С. Л. Исхокова, С. З. Левендорского, А. Д. Баева. В работах В. П. Глушко были исследованы краевые задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, содержащего невырожденную производную первого порядка по переменной t . В работах А. Д. Баева были рассмотрены краевые задачи в полосе для вырождающихся эллиптических

уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную второго порядка по переменной t . Диссертационная работа С. С. Бунеева является продолжением того направления исследования вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, которое было начато в работах В. П. Глушко и А. Д. Баева.

Сказанное выше подтверждает актуальность диссертации, новизну полученных в ней результатов.

Остановимся подробнее на основных результатах диссертации.

Во введении содержится обзор достижений по рассмотренной тематике, и описываются основные результаты работы.

В первой главе устанавливаются априорные оценки решений одного класса краевых задач в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, содержащего невырожденную производную третьего порядка по переменной t .

В полосе $R_d^n = \{x \in R^{n-1}, 0 < t < d\}$, где $d > 0$ - некоторое число, рассмотрим уравнение

$$A(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t)v(x, t) = F(x, t), \quad (1)$$

где $A(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t)v = L_{2m}(D_x, D_{\alpha,t})v + b\partial_t^3 v$, $L_{2m}(D_x, D_{\alpha,t}) = \sum_{|\tau|+j \leq 2m} a_{\tau j} D_x^\tau D_{\alpha,t}^j$,

$a_{\tau j}, b$ - комплексные числа, $\text{Im } \bar{b} a_{0,2m} = 0$.

Здесь $D_{\alpha,t} = i\sqrt{\alpha(t)}\partial_t\sqrt{\alpha(t)}$, $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$, $D_x^\tau = i^{|\tau|}\partial_{x_1}^{\tau_1}\partial_{x_2}^{\tau_2}\dots\partial_{x_{n-1}}^{\tau_{n-1}}$.

Рассматривается случай сильного вырождения, когда весовая функция $\alpha(t)$ обращается нуль при $t = 0$ вместе со своей производной.

На границе $t = 0$ полосы R_d^n задается условие

$$B(D_x)v|_{t=0} = \sum_{|\tau| \leq m} b_\tau D_x^\tau v|_{t=0} = G(x), \quad (2)$$

коэффициенты b_τ - комплексные.

Условия на границе $t = d$ полосы R_d^n задаются условия

$$v|_{t=d} = \partial_t v|_{t=d} = \dots = \partial_t^{m-1} v|_{t=d} = 0. \quad (3)$$

В главе 2 доказываются теоремы о существовании и единственности решения задачи (1) - (3).

В главе 3 доказываются априорные оценки решений другого класса краевых задач в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, вырождающегося на границе $t = 0$ в уравнение третьего порядка по переменной t . Дифференциальное уравнение отличается от уравнения, рассмотренного в главах 1 - 2 тем, что перед производной $\frac{\partial^3}{\partial t^3}$

изменен знак на противоположный. Это привело к тому, что на границе $t = 0$ потребовалось ставить не одно, а два граничных условия.

В главе 4 доказывається теорема о существовании и единственности решений краевой задачи, рассмотренной в главе 3.

Априорные оценки и теоремы существования доказаны в специальных весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева.

Методы исследования краевых задач существенно опираются на свойства специального весового интегрального преобразования, исследованного в работах В. П. Глушко и А. Д. Баева.

В качестве недочетов отметим имеющиеся в диссертации опечатки.

Например, в главе 2 на странице 59 в предложении о разрешимости задачи (2.2) –(2.3) при любых $\lambda > 0$ вместо запятой стоит точка, что делает это предложение не законченным. Подобная опечатка имеет место и на странице 143.

В главе 3 на странице 108 в правой части неравенства (3.2.25) не хватает одной скобки.

Отмеченные недочеты не влияют на хорошее впечатление от диссертации.

Таким образом, в диссертационной работе С.С. Бунеева исследованы новые классы краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка. Автором впервые получены коэрцитивные априорные оценки решений и доказаны теоремы о существовании и единственности решений краевых задач в полосе для новых классов вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, вырождающихся на границе $t=0$ в уравнение третьего порядка по переменной t .

Оценивая в целом диссертацию С. С. Бунеева можно уверенно утверждать, что его работа вносит весомый вклад в исследование краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений. Диссертация содержит полные и строгие доказательства всех результатов, точные и подробные ссылки на цитируемую литературу. Результаты, полученные в диссертации, своевременно опубликованы в 20 научных работах. Официальному списку ВАК РФ соответствуют 5 работ автора. Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации.

Полученные в диссертации результаты и разработанные в ней методы несомненно будут полезными в научных исследованиях, проводимых Национальном исследовательском Саратовском университете, в институте математики СО АН РФ, в Московском, Санкт – Петербургском, Новосибирском, Самарском и Южном Федеральном университетах.

На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Сергея Сергеевича Бунеева «Некоторые краевые задачи в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка» по своему научному уровню, практической значимости, степени новизны полученных результатов соответствует всем требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени

кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв утвержден на заседании кафедры дифференциальных уравнений и прикладной математики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», протокол № 8 от 10 февраля 2016 года.

Заведующий кафедрой
дифференциальных уравнений и
прикладной математики, ФГБОУ ВО
«СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
доктор физико – математических наук,
профессор

 Хромов Август Петрович

Сведения о ведущей организации:
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83.
Сайт организации: [http:// www.sgu.ru](http://www.sgu.ru)
Факс: +7 (8452) 27 - 85 - 29
Email: KhromovAP@info.ru

Подпись 
Ученый секретарь СГУ
доцент
"10" 02

